ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 4

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΡΟΠΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΚΥΚΙΝΔΡΟΥ ΠΟΥ ΚΥΛΙΕΤΑΙ ΣΕ ΠΛΑΓΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

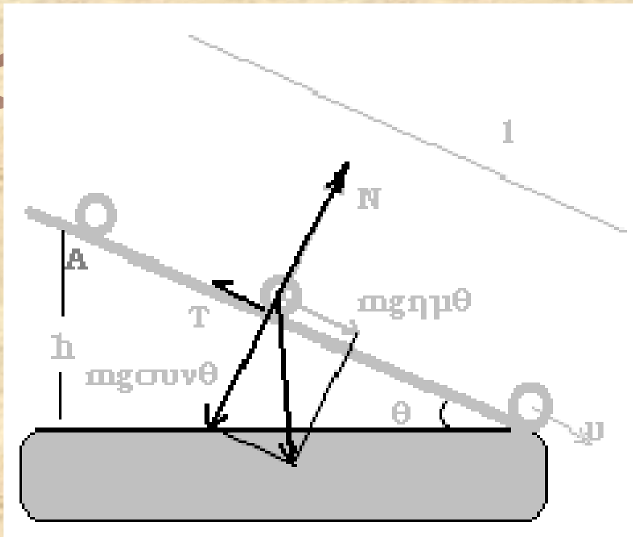
✓ **Στόχοι**

- Εξοικείωση με τη συσκευή ¨ ευθύγραμμη τροχιά κύλισης μαζών¨
- Εξοικείωση με το ηλεκτρονικό χρονόμετρο μέτρησης χρόνου με φωτοπύλες
- Εκτίμηση σφαλμάτων που υπεισέρχονται στη μέτρηση του χρόνου
- Η κατάδειξη της σημασίας των γραφικών παραστάσεων στη μέτρηση μεγεθών.
- Η μέτρηση της ροπής αδράνειας ενός κυλίνδρου, που κυλίεται α. στην περιφέρειά του και β. στον άξονά του.

✓ ***Απαιτούμενος εξοπλισμός***

- Ευθύγραμμη τροχιά κύλισης και ολίσθησης μαζών με ενσωματωμένη μετροταινία του ενός μέτρου. Διαθέτει μοιρογνωμόνιο, αλφάδι και ρυθμιστή της γωνίας κλίσης
- Ηλεκτρονικό χρονόμετρο με δύο φωτοπύλες και τα στηρίγματά τους
- Κύλινδρος αλουμινίου Φ49,5x35mm
- Ηλεκτρονικός ζυγός
- Παχύμετρο

✓ **Η μέθοδος**



Από ένα σημείο Α του πλάγιου επιπέδου, που την κλίση του μπορούμε να αυξομειώσουμε, αφήνουμε τον κύλινδρο. Ας είναι h και l αντίστοιχα το ύψος και η απόσταση του Α από τη βάση του πλάγιου επιπέδου.

Δεχόμαστε πως ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Αυτό μας εξασφαλίζει πως κάθε στιγμή η μεταφορική του ταχύτητα είναι ίση με τη γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του. Επομένως ισχύει:

$$\upsilon = \omega \cdot R \text{ ή } \omega = \upsilon / R \quad (1)$$

με υ =μεταφορική ταχύτητα, ω = γωνιακή ταχύτητα και R=ακτίνα κυλίνδρου.

Αν σκεφτούμε ότι η δυναμική ενέργεια που έχει ο κύλινδρος στη θέση Α, μετατρέπεται εξολοκλήρου σε κινητική (από μεταφορά και περιστροφή) στο κατώτερο σημείο του πλάγιου επιπέδου, μπορούμε να γράψουμε:

$$mgh = 1/2 m\upsilon^2 + 1/2 I\omega^2 \quad (2)$$

Δεχόμαστε ακόμη πως η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου, όπως και κάθε σώματος είναι της μορφής:

$$I = mD^2 \quad (3)$$

Όπου το D έχει διαστάσεις μήκους. Έτσι για τον υπολογισμό της ροπής του αρκεί να βρω τρόπο να προσδιορίσω το D, αφού τη μάζα του μπορώ να την μετρήσω με τον ηλεκτρονικό ζυγό.

Η σχέση (2) λόγω της (3) γίνεται $mgh = 1/2 m\upsilon^2 + 1/2\ mD^2\ \omega^2$

Η οποία από την (1) γίνεται $mgh = 1/2 m\upsilon^2 + 1/2\ mD^2\ \upsilon^2/R^2$ ή $gh = \upsilon^2/2(1 + D^2/R^2)$ (4)

Επειδή οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο κατά την κίνησή του στο πλάγιο επίπεδο είναι σταθερές, η κίνηση του κέντρου βάρους του είναι ομαλά επιταχυνόμενη. Για την κίνηση του κέντρου μάζας ισχύει η εξίσωση:

$$\upsilon^2 = 2\ell \cdot a$$

Οπότε η (4) γίνεται $gh = la\left(1 + \frac{D^2}{R^2}\right)$ ή $a = \frac{g}{\left(1 + \frac{D^2}{R^2}\right)l} h$

Όμως $\frac{h}{l} = \eta\mu\theta$ και έτσι $a = \frac{g}{\left(1 + \frac{D^2}{R^2}\right)} \eta\mu\theta \quad (5)$

Η σχέση (5) δείχνει πως υπάρχει αναλογία ανάμεσα στη επιτάχυνση α του κυλίνδρου και τη γωνία θ που σχηματίζει το πλάγιο επίπεδο με το οριζόντιο (βλέπε σχήμα). Αν προσδιορίσουμε πειραματικά την επιτάχυνση α για διάφορες γωνίες θ και κατασκευάσουμε το διάγραμμα α=f(ημθ), η κλίση (κ) της γραμμής του διαγράμματος θα είναι η παράσταση:

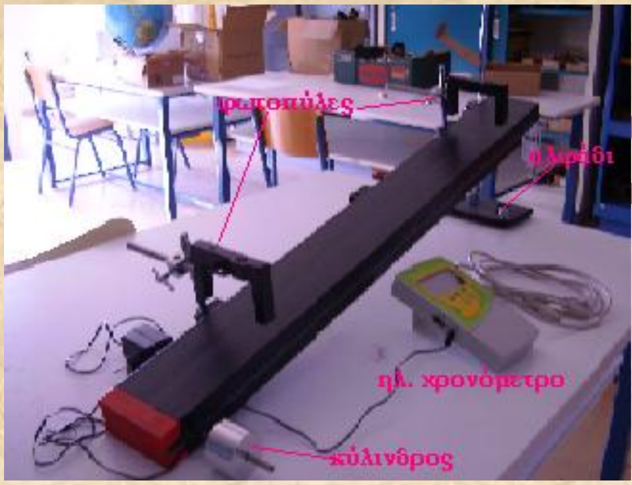
$$\kappa = \frac{g}{\left(1+\frac{D^2}{R^2}\right)}$$

στην οποία το g είναι γνωστό και το R μπορούμε να το μετρήσουμε. Με τον τρόπο αυτό προσδιορίζω το D^2 και στη συνέχεια το I.

Α. Πειραματικός προσδιορισμός της επιτάχυνσης του κυλίνδρου.

- **Κύλιση του κυλίνδρου στην περιφέρεια του**

Πριν να προχωρήσουμε τη διαδικασία προσδιορισμού της επιτάχυνσης, μετράμε τη μάζα του κυλίνδρου με τον ηλεκτρονικό ζυγό και την ακτίνα του με το παχύμετρο.



Στη φωτογραφία φαίνεται συναρμολογημένη η συσκευή που διαθέτει το εργαστήριο για την κύλιση του κυλίνδρου. Φαίνονται επίσης το ηλεκτρονικό χρονόμετρο, οι φωτοπύλες και ο κύλινδρος

Εδώ διακρίνονται η ενσωματωμένη μετροταινία, το μοιρογνωμόνιο με το νήμα της στάθμης

1. Συναρμολογήστε τη διάταξη που φαίνεται στη φωτογραφία, η επίπεδη επιφάνεια της τροχιάς να είναι προς τα επάνω (ο κύλινδρος κυλίεται στην περιφέρειά του)
2. Από τον κατακόρυφο ορθοστάτη ρυθμίστε το ύψος ώστε το νήμα της στάθμης να δείχνει γωνία $\theta=5^0$.

3. Προσαρμόστε τις δύο φωτοπύλες στις βάσεις τους (βρίσκονται πάνω στην τροχιά και μπορούν να μετακινούνται) που απέχουν μεταξύ τους απόσταση l =0.4m, τοποθετώντας τη φωτοπύλη έναρξης της χρονομέτρησης στη ΘΕΣΗ «0», που συμπίπτει με την ένδειξη 80 mm της μετροταινίας και τη φωτοπύλη λήξης της χρονομέτρησης στη ΘΕΣΗ «1», που συμπίπτει με την ένδειξη 40 mm, της μετροταινίας.
4. Ρυθμίστε το ύψος των φωτοπυλών ώστε ο κύλινδρος, κατά τη διέλευση του απ' αυτές, να κόβει τη φωτεινή δέσμη και συνδέστε τις με το χρονόμετρο.
5. Συγκρατείστε τον κύλινδρο πάνω στην τροχιά και λίγο πιο πάνω από τη φωτοπύλη έναρξης (ΘΕΣΗ «0»), έτσι που να μην κόβει τη φωτεινή δέσμη.
6. Μηδενίστε την ένδειξη του χρονομέτρου ώστε να είναι έτοιμο να καταγράψει το χρόνο και αφήστε τον κύλινδρο προσέχοντας να μη του δώσετε καμιά αρχική ταχύτητα.
7. Το χρονόμετρο αρχίζει να λειτουργεί και σταματάει όταν ο κύλινδρος περάσει από τη φωτοπύλη στη ΘΕΣΗ «1» . Η ένδειξη του χρονομέτρου αντιστοιχεί στη διάρκεια της κίνησης μεταξύ της θέσης «0» και της θέσης «1». Σημειώνουμε την ένδειξη στο φύλλο εργασίας και επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία 5 φορές για αυτή τη γωνία.
8. Συνεχίζουμε ακολουθώντας το φύλλο εργασίας.

ΦΥΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ: ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΡΟΠΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΠΟΥ ΚΥΛΙΕΤΑΙ ΣΕ ΠΛΑΓΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Ονοματεπώνυμο: ………..................... Ημερομηνία:…………………

Σχολείο: Λύκειο …………………….., Τμήμα …………………………….

1. Η μάζα του κυλίνδρου βρέθηκε
m =…………….
2. Η ακτίνα του κυλίνδρου βρέθηκε
r = …………….
3. Ο κύλινδρος διανύει στο πλάγιο επίπεδο απόσταση
l = …………….
4. Για το χρόνο κίνησης του κυλίνδρου βρέθηκαν οι εξής τιμές.

Α) Όταν η γωνία κλίσης του επιπέδου είναι $θ=5^0$

	$1^η$ μέτρηση	$2^η$ μέτρηση	$3^η$ μέτρηση	$4^η$ μέτρηση	$5^η$ μέτρηση
Χρόνος σε s					

Η μέση τιμή του χρόνου κίνησης του κυλίνδρου είναι
t_1= …………
β) Όταν η γωνία κλίσης του επιπέδου είναι $θ=7^0$

	$1^η$ μέτρηση	$2^η$ μέτρηση	$3^η$ μέτρηση	$4^η$ μέτρηση	$5^η$ μέτρηση
Χρόνος σε s					

Η μέση τιμή του χρόνου κίνησης του κυλίνδρου είναι
t_2= …………
γ) Όταν η γωνία κλίσης του επιπέδου είναι $θ= 9^0$

	$1^η$ μέτρηση	$2^η$ μέτρηση	$3^η$ μέτρηση	$4^η$ μέτρηση	$5^η$ μέτρηση
Χρόνος σε s					

Η μέση τιμή του χρόνου κίνησης του κυλίνδρου είναι
t_3=……………
δ) Όταν η γωνία κλίσης του επιπέδου είναι $θ=11^0$

	$1^η$ μέτρηση	$2^η$ μέτρηση	$3^η$ μέτρηση	$4^η$ μέτρηση	$5^η$ μέτρηση
Χρόνος σε s					

Η μέση τιμή του χρόνου κίνησης του κυλίνδρου είναι

t_4=…………

ε) Όταν η γωνία κλίσης του επιπέδου είναι θ=13^0

	$1^η$ μέτρηση	$2^η$ μέτρηση	$3^η$ μέτρηση	$4^η$ μέτρηση	$5^η$ μέτρηση
Χρόνος σε s					

Η μέση τιμή του χρόνου κίνησης του κυλίνδρου είναι

t_5=…………

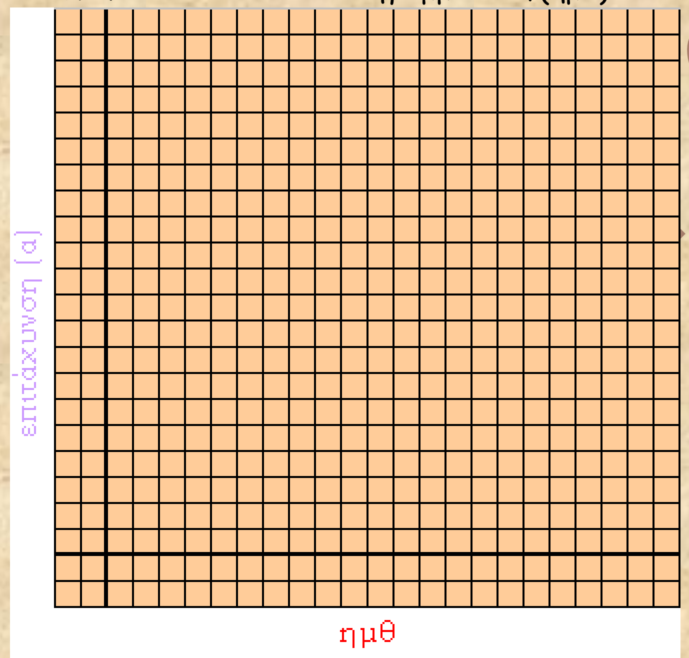
5. Ό κύλινδρος επιταχύνεται ομαλά προς τα κάτω , επομένως

$$l=\frac{1}{2}\alpha t^2 \quad ή \quad \alpha=\frac{2l}{t^2}$$

Με της τιμές του χρόνου και της αντίστοιχες επιταχύνσεις που προκύπτουν συμπληρώστε τον πίνακα

ημθ					
α (m/s^2)					

6. Κατασκευάστε το διάγραμμα α= f(ημθ)



7. Βρείτε την κλίση (κ) της γραμμής του διαγράμματος κ=……..

8. Από τη σχέση (5) υπολογίστε το D^2 . Θεωρήστε το g=9,80m/s^2

D^2= …………m

9. Από τη σχέση (3) υπολογίστε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου (πειραματική τιμή)

I=…………kg/m^2

10. Από τη σχέση $I=1/2mR^2$ υπολογίστε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου (θεωρητική τιμή)

I=………….kg/m^2

11. Συγκρίνεται την πειραματική με τη θεωρητική τιμή της ροπής αδράνειας και βρείτε το ποσοστό απόκλισης.

Ελέγξτε τις γνώσεις σας

1. Ποια από τις σχέσεις που χρησιμοποιήσαμε για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας του κυλίνδρου δεν θα ίσχυε αν εκτός της κύλισης έχουμε και ολίσθηση του κυλίνδρου;

………

………

…………

2. Θα μπορούσαμε με τη μέθοδο που περιγράψαμε να υπολογίσουμε τη ροπή αδράνειας ενός κυλινδρικού μπουκαλιού που περιέχει υγρό μέχρι τη μέση του; Δικαιολογήστε την απάντησή της.

………

………

……………………………………………………………………………………………

3. Γιατί υπολογίζουμε την τιμή του μονώνυμου $\dfrac{g}{1+\dfrac{D^2}{R^2}}$ από την κλίση της καμπύλης α=f(ημθ) και όχι από την σχέση $\alpha=\dfrac{g}{1+\dfrac{D^2}{R^2}}\eta\mu\theta$ στην οποία όλα τα άλλα μεγέθη εκτός από το D είναι γνωστά;

………

………

………

……………….

Σημείωση.
Το φύλλο εργασίας δημιουργήθηκε με βάση την άσκηση : Προσδιορισμός της ροπής αδράνειας κυλίνδρου που κυλίεται σε πλάγιο επίπεδο (άσκηση 4) του εργαστηριακού οδηγού φυσικής « Γ΄ Λυκείου Θετική & Τεχνολογική Κατεύθυνση» , με μοναδική διαφορά στη σχέση (4.5) το πηλίκο *h/l* αντικαταστάθηκε από το ημθ δηλαδή: η σχέση $\alpha=\dfrac{g}{\left(1+\dfrac{D^2}{R^2}\right)l}h$ έγινε $\alpha=\dfrac{g}{1+\dfrac{D^2}{R^2}}\eta\mu\theta^*$ που δείχνει ότι η επιτάχυνση του κυλίνδρου είναι ανάλογη του ημίτονου της γωνίας θ του πλάγιου επιπέδου. Έτσι γνωρίζοντες την επιτάχυνση για διαφορετικές τιμές της γωνίας θ μπορούμε να κατασκευάσουμε το διάγραμμα α= f(ημθ). Η κλίση (κ) της γραμμής του διαγράμματος α= f(ημθ) είναι: $\kappa=\dfrac{g}{1+\dfrac{D^2}{R^2}}$ από την οποία μπορούμε να προσδιορίσουμε τη σταθερά D και στη συνέχεια τη ροπή αδράνειας.

*ουσιαστικά η σχέση είναι της μορφής α = κ ημθ +β, γιατί πρακτικά χρειάζεται κάποια κλίση για να αρχίσει ο κύλινδρος να κυλίεται.

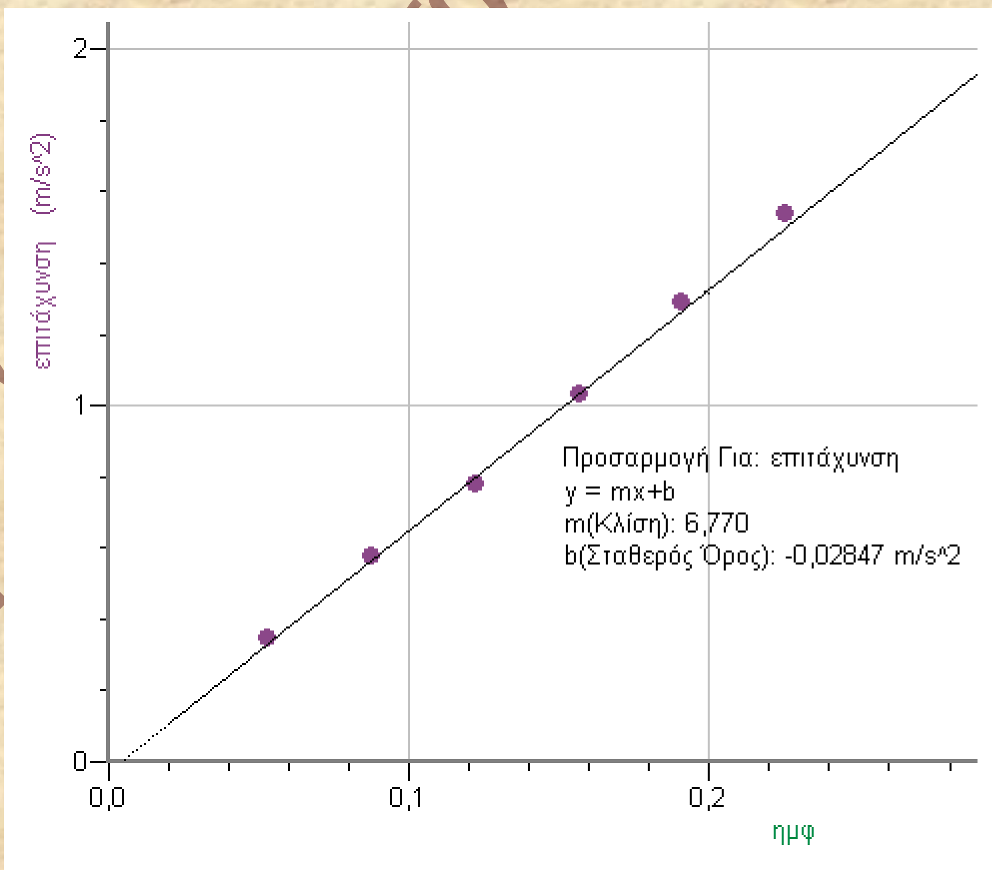
Α. Πειραματικός προσδιορισμός της επιτάχυνσης του κυλίνδρου.

➢ Κύλιση του κυλίνδρου στην περιφέρεια του l = 0.4m.

1. Η μάζα του κυλίνδρου βρέθηκε m =202,1g
2. Η ακτίνα του κυλίνδρου βρέθηκε R = 0.0248m
3. Ο κύλινδρος διανύει στο πλάγιο επίπεδο απόσταση l = 0.4m.
4. ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ

α/α	γωνία φ σε μοίρες	ημφ	επιτάχυνση α σε m/s^2
1	3	0,052	0,351
2	5	0,087	0,578
3	7	0,122	0,783
4	9	0,156	1,033
5	11	0,191	1,295
6	13	0,225	1,539

5. Διάγραμμα α=f(ημφ)



6. Στο διάγραμμα, που έχει κατασκευαστεί με τη βοήθεια του LoggerPro, φαίνεται ότι η κλίση m δηλ η κ ισούται κ=6,77, από την οποία προκύπτει, σύμφωνα με τη σχέση (5), τιμή για το D^2 που είναι $D^2=0,00028m^2$ και από τη σχέση (3) πειραματική τιμή για τη ροπή αδράνειας I, $I=5,66\cdot10^{-5}Kg\cdot m^2$

7. Από τη σχέση $I=1/2mR^2$ υπολογίσαμε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου (θεωρητική τιμή) $I=6,21\cdot10^{-5}Kg\cdot m^2$
8. **Απόκλιση περίπου 8,87%**
9. Τέμνει σε ημφ=0,009 δηλ. $φ=0,5^0$ που σημαίνει ότι για να έχουμε κύλιση πρέπει $φ>0,5^0$.

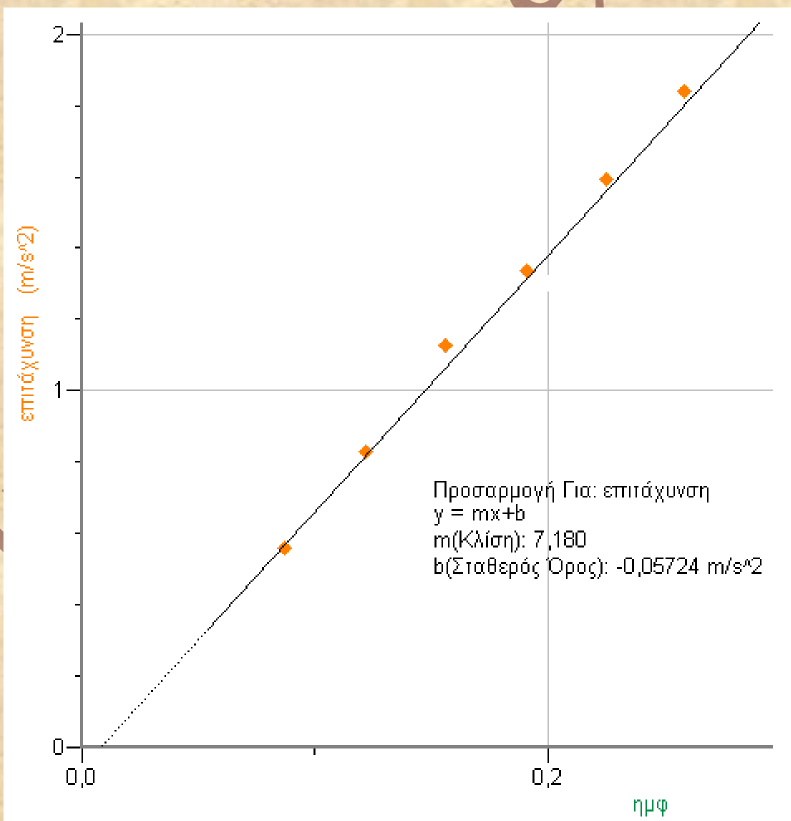
➢ Κύλιση του κυλίνδρου στην περιφέρεια του

l = 0.2m.

Για τον ίδιο κύλινδρο και την ίδια τροχιά πήραμε μετρήσεις αφήνοντάς τον να κινηθεί στη μισή διαδρομή. Μείωση του χρόνου κίνησης.

1. ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ

α/α	γωνία φ σε μοίρες	ημφ	επιτάχυνση α σε m/s^2
1	5	0,087	0,559
2	7	0,122	0,828
3	9	0,156	1,126
4	11	0,191	1,337
5	13	0,225	1,594
6	15	0,259	1,842



2. Διάγραμμα α=f(ημφ)

3. Στο διάγραμμα φαίνεται ότι η κλίση κ=7,18, από την οποία προκύπτει, σύμφωνα με τη σχέση (5), τιμή για το D^2 που είναι $D^2=0,00023 m^2$ και από τη σχέση (3) πειραματική τιμή για τη ροπή αδράνειας Ι, $I=4,65\cdot10^{-5} Kg\cdot m^2$
4. Η θεωρητική τιμή εξακολουθεί να είναι $I=6,21\cdot10^{-5} Kg\cdot m^2$
5. **Απόκλιση περίπου 25%** (μικρότερος χρόνος κύλισης περισσότερα σφάλματα)
6. Τέμνει σε ημφ=0,01 δηλ. $φ=0,58^0$ που σημαίνει ότι για να έχουμε κύλιση πρέπει $φ>0,6^0$.

γ. Κουρούκλης